

КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, ВНЕДРЁННЫХ В ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС «РОССИЯ-БЕЛАРУСЬ»

Будо А.Ю.

аспирант кафедры прикладной геодезии и фотограмметрии
УО «Полоцкий государственный университет»
г.Новополоцк, Республика Беларусь

Программный комплекс «Россия-Беларусь», предназначен для решения различных систем линейных алгебраических уравнений при безусловной оптимизации. Областью его применения является обработка измерений по методу наименьших квадратов (МНК) или по методу многокритериальной оптимизации (МК) с оценкой точности конечных результатов. Разработанный комплекс позволяет решать различные системы линейных алгебраических уравнений с использованием произвольной квадратной корреляционной матрицы. Программы комплекса позволяют решать любую задачу с применением взвешенных систем линейных параметрических уравнений.

Основные многокритериальные методы в программном комплексе «Россия-Беларусь»:

1. Программа MIZKEVICH.

Предназначена для решения различных систем линейных алгебраических уравнений многокритериальным методом.

2. Программы TIXONOVМК1, TIXONOVМК2.

Выполняют обработку наблюдений по методу наименьших квадратов, методом регуляризации и реализуют многокритериальные методы.

3. Программа BUDO.

Реализует обработку наблюдений многокритериальным способом.

4. Программа PROVOROV.

Применяется для генерации ошибок измерений по закону распределения, близкому к нормальному, по любому номеру варианта и в полном соответствии со стандартами измерений, указанными в матрице S в исходной информации.

5. Программа VVODINF.

Читает исходные данные, расшифровывает их и записывает по особым правилам в файл MIZ в том же порядке их расположения, в котором требует инструкция для работы указанных выше программ.

Исходная информация к программам, которые читают исходные данные, а также сведения о точностных характеристиках измерений (любая квадратная корреляционная матрица без коэффициентов корреляции), составляется однотипно.

Обоснование МНК дал Гаусс, а обоснование МК выполнить невозможно (из-за зависимости от содержимого матриц A , S , K_0, L , задаваемых в исходной информации).

Предлагаем общий подход к обоснованию МК на ПК

А. Генерируем L по программе PROVOROV.

В. Записываем после работы каждой программы одно число, характеризующее максимальное отклонение результатов от истины. Эти пять чисел, которые выдают программы GAUSS, MIZKEVICH, BUDO можно увидеть на мониторе после окончания вычислений.

Программа PROVOROV генерирует вектор $L(V)$ так, что из обработки системы параметрических уравнений становится известна истина: $\delta X_{max} = 0$, и, следовательно, известно отклонение от «истины».

Обрабатываем 10 вариантов по программам PROVOROV, GAUSS, MIZKEVICH и делаем вывод, по дальнейшему применению или МНК или МК, выбирая метод по большему числу вариантов с наименьшими отклонениями конечных результатов от истины. Решаем исходную систему уравнений, используя исходный (не сгенерированный по программе PROVOROV), вектор L .

Числовые примеры

В качестве примера уравнием геодезический четырёхугольник из статьи [1], представленный на рисунке 1

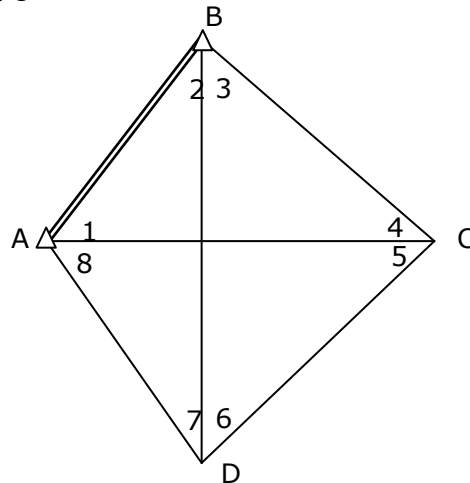


Рисунок 1 – Геодезический четырёхугольник

Координаты исходных пунктов: $x_A=1100,00$ м; $y_A=100,00$ м; $x_B=1650,00$ м; $y_B=640,00$ м. Предварительные координаты определяемых пунктов: $x_C=1250$ м; $y_C=1230$ м; $x_D=100$ м; $y_D=500$ м.

Измеренные углы представлены в таблице 1

Таблица 1 – Измеренные углы

Номер угла	Величина угла
1	37°58'22"
2	39 18 30
3	61 01 37
4	41 41 41
5	50 01 55
6	27 14 40
7	26 57 40
8	75 45 05

В качестве корреляционной матрицы используется следующая

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 \\ & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1 & -0.5 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Уравнивание измерений произведём различными методами, используя соответствующие программы комплекса «Россия-Беларусь». Результаты вычислений, в которых N – число измерений, T – число параметров, представлены ниже

Метод МНК

$N = 8$ $T = 4$

поправки из уравнивания, “:

1	-1.731711254367919	2	-5.843556085100854E-001
3	-6.606031050543013E-001	4	1.078285205622951E-001
5	2.453989702607291	6	3.728497652521234
7	1.199607609273557	8	2.217133051681328

значения параметров ДХ из уравнивания, м:

1	1.199263222030446E-002	2	9.106740607970341E-003
3	-1.973178216254986E-003	4	-2.306567631531661E-003

Оценка точности положения, м:

$m_c = 1.598937660110794E-002$ $m_D = 2.526624301260068E-002$

Наибольшая ошибка положения = $2.526624301260068E-002$ м

Наибольшее отклонение от истинного значения:

МНК = $1.505841798039691E-002$ м

Метод МК Некоррелированный – Программа MIZKEVICH

$N = 8$ $T = 4$

поправки из уравнивания, “:

1	-1.514831491593054	2	-6.600807669148743E-001
3	-9.469360359128629E-001	4	2.530068097307137E-001
5	2.400571021381991	6	3.923070938116610
7	1.351842350436642	8	1.923743706148166

значения параметров ДХ из уравнивания, м:

1	1.073400310068123E-002	2	8.733539949319979E-003
3	7.438313493210967E-005	4	-2.695314648192098E-003

Оценка точности положения, м:

$m_c = 5.343114245425953E-002$ $m_D = 1.054325705052623E-001$

Наибольшая ошибка положения = $1.054325705052623E-001$ м

Наибольшее отклонение от истинного значения

МК = $1.073400310068123E-002$ м

Метод МНК обобщенный – Программа TIXONOVKI

$N = 8$ $T = 4$

поправки из уравнивания, “:

1	-3.225048612331307	2	-4.799489460564471E-001
3	1.330532684091117	4	-4.943765207792570E-001
5	2.430450933415675	6	2.363105726203100
7	2.910824245173695E-001	8	4.514588931947264

значения параметров ДХ из уравнивания, м:

1	2.038729815863248E-002	2	9.629681768755852E-003
3	-1.280933260479433E-002	4	-2.494338440403701E-003

Оценка точности положения, м:

$m_c = 1.463898364143502E-002$ $m_D = 1.902866132829429E-002$

Наибольшая ошибка положения = $1.902866132829429E-002$ м

Наибольшее отклонение от истинного значения

МНК обобщен = $2.254712170492031E-002$ м

Метод МНК обобщенный – Программа TIXONOVМК2

N= 8 T= 4

поправки из уравнивания, “:

1	-1.180704173585601	2	1.452326082982467
3	-6.227967526818938	4	-6.380749112736481E-001
5	-5.245167676579754	6	-4.650265981157839
7	-9.009195954019234E-001	8	-3.369495650372914

значения параметров DX из уравнивания, м:

1	-1.371885071070894E-002	2	-5.402037808712226E-002
3	6.966401306477689E-002	4	-1.570318401734491E-003

Оценка точности положения, м:

$m_c = 4.694245562185517E-002$ $m_D = 6.412614004737754E-002$

Наибольшая ошибка положения = 6.412614004737754E-002 м

Наибольшее уклонение от истинного значения

МНК обобщен = 6.968170933733063E-002 м

Метод МК обобщенный – Программа BUDO

N = 8 T = 4

поправки из уравнивания, “:

1	2.024842890132808E-001	2	-3.034621044959666E-001
3	-5.292512422423708	4	2.524647879835702
5	4.713966422323517	6	3.683609980200327
7	1.469178667854196	8	-2.675270542946307E-001

значения параметров DX из уравнивания, м:

1	7.344803276706477E-007	2	-2.662031518104632E-007
3	4.161605729488132E-007	4	-2.816780949632824E-007

Оценка точности положения, м:

$m_c = 2.996216730433235E-007$ $m_D = 3.080736723456897E-007$

Наибольшая ошибка положения = 5.455026064381159E-007 м

Наибольшее отклонение от истинного значения

МК обобщен = 7.344803276706477E-007 м

Таким образом, для рассматриваемого примера наилучшая оценка точности получена программой, использующей алгоритм обобщенного многокритериального метода уравнивания.

Список использованных источников

1. Мицкевич, В.И. О невозможности поиска грубых ошибок измерений при параметрическом способе уравнивания / В.И. Мицкевич // «Геодезия и картография», 1994, №4, с. 24–26